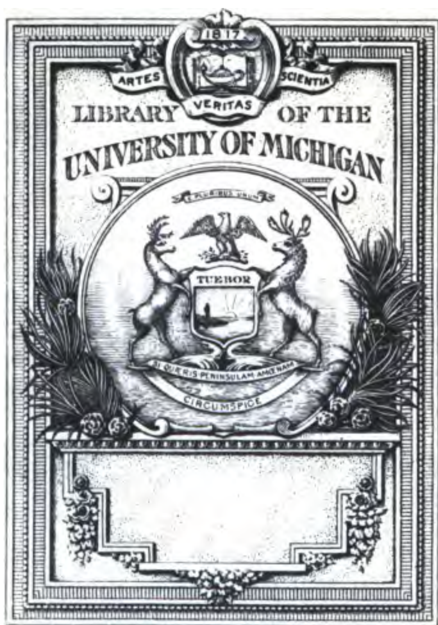

1817
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUÆRIS PENINSULAM AMŒNAM
CIRCUMSPICE

AUXILIA GEOMETRICA

AD

TYROCINIUM

ET

CONTEMPLATIONIS,

ET

USUS

ACCOMMODATA

A

P. ANSELMO DESING,
Ord. S. P. Bened. Ensdorffii.

Cum Facultate Superiorum.

Ratisbonæ, typis Hieronymi Lenzii.

Pedeponti, ſumptibus Joannis Gaſtl.

M. DCC. XXXVIII.

LECTORI BENEVOLO.

POſt tot libros ultimum à me edi ne mirare. Cæteri enim, quamquam hoc noſtro multis modis præſtantiores, aut paſſim ignoti apud nos ſunt; aut prægrandes; aut Tyronum captum ſuperant; aut iis ſunt ſcripti, qui otium ſuum omne, omne cerebrum Mathematis conſecrare cupiunt. At ego hunc iis, quorum causâ eſt ſcriptus, eſſe magis accommodatum exiſtimo. Nec volui tamen quocunque hoc labore etiam alios fraudare.

Si Menſulæ faciem uſúmque excipias, cætera hujus libelli omnia diſcere etiam ſine magiſtro (cura modo ſtudiúmque adſit)

po-

potes. Eam verò operam vox magistri nimium quantum leviorem reddet. Atque sic aditum tibi ad diviniores Mathematicorum libros satis expeditum stravero.

Doctioribus non esto nauseæ, si nihil hìc ex Analysi, Algebra, nullos Logarithmos spectent. Pluribus enim satisfaciendum fuit.

Si visum fuerit, aliàs addemus Trigonometriam, & Architectonicam militarem, nobili juventuti, quæ armorum maximè causa jam olim in provinciis posita est, magnoperè commendandam. Sicque exsolvemus nos promisso, quod in Auxiliis Historicis fecimus.

Vale.

§. I. De-

§. 1. **D**Efinitio. GEOMETRIA est Scientia contemplans magnitudines.

§. 2. *Regula.* Magnitudinis finis seu mensura est *longum*, *latum* & *profundum.*

§. 3. *Scholion.* Quod nullam harum mensurarum habet, dicitur *punctum* mathematicum. *Linea* est longa, sed nec lata, nec profunda. *Superficies* est longa & lata, sed non profunda. *Corpus* est & longum, & latum, & profundum.

§. 4. *Definitio. Punctum* igitur est quod omni mensura caret. Tale non efficitur calamo, quin neque acu, sed intellectu concipitur quomodocunque. ●

De Lineis.

§. 5. *Definitio.* LINEA est series punctorum cohærentium secundum longum tantùm.

§. 6. *Scholion.* Linea nascitur ex profluxu seu continuatione puncti, ùt *Fig. 1.* ex A. versus B.

* §. 7. *Corollarium.* Ex hac doctrina multa solvi possunt problemata. Sic v. g. qui circulum descripturus est aut parabolam sine commodo instrumento, debet invenire puncta aliquamulta, quæ si conjungantur desideratam lineam efficient. vide Figura 16.

§. 8. *Regula.* Linea RECTA est, quæ tota potest tegi unâ sui extremitate. Sic *Fig.* 2. Baculi A B C D sunt in linea recta positi, si is, qui baculum A intuetur, reliquos baculos sub hoc velut latentes deprehendit.

* *Corollarium.* Sic è converso, quando sol totus nobis subtrahitur ab interposita luna, evidens est, oculum nostrum, lunam, & solem in linea recta posita esse. Sic posita etia[m] est luna, terra & sol in eclipsi lunari. Sic hastam aspiciens ab uno extremo non videt nisi parvam basin, tametsi hasta usque ad cœlum protenderetur, &c. Usus hujus regulæ in Perspectiva obtinet.

§. 9. *Definitio* Linea HORIZONTALIS (Wassergleich) est, quæ verticalem lineam perpendiculariter secat. *Figura* 1. ABDC.

§. 10. *Definitio.* Linea VERTICALIS (Bleyrecht) quæ à centro terræ per verticem nostrum transit ad Zenith: vel quæ horizontalem perpendiculariter secat. ut *Fig* 1. linea, quæ ex D assurgit ad apicem montis.

§. 11.

§. 11. *Regula.* Linea brevissima inter duo puncta est recta, quæ ab uno ad alterum duci potest. Sic *Fig. 1.* inter B & C nulla potest duci brevior, quàm recta BDC.

§. 12. *Regula.* DISTANTIA vera inter duo loca est linea brevissima inter illa, id est, recta. Sic distantia vera inter B & C *Fig. 1.* est recta BDC, non curva illa per montes & valles ducta.

* *Corollarium.* Hinc fallunt veredi & aurigæ, qui Chorographicas mappas construere aut dictare volunt ex spatio itinerum: hæc enim per anfractus fiunt.

§. 13. *Problema.* Lineam rectam in campo ducere. Tu sta in A. *Fig. 2.* baculum ibi fige rectum ope funiculi, è quo globus plumbeus pendeat. Alium fac currere ad B, baculumque ibi figere ita, ut tu oculum per A & B ad D dirigas. Si socius tuus aberrat, tu voce aut manu signum ei dabis. Deinde alter perget baculos in C & D figere: nec amplius indigebit tuo clamore; qui ipse per se collimare potest per CBA.

§. 14. *Definitio.* Linea PERPENDICULARIS (Bleyrecht, Winckelrecht) est ea, quæ ab altera linea declinat 90. gradibus. ut *Fig. 3.* A 90 est perpendicularis ad lineam AB.

§. 15. *Problema.* Perpendicularem in charta ducere ope *Transportatoris.* Centrum illius applica ad punctum A *Fig. 3.* Latus internum

ternum instrumenti accuratè ad lineam AB. Ad gradum 90 fac acu vel calamo signum: & per illud duc ex A lineam rectam, quæ erit perpendicularis ad AB.

§. 16. Idem Problema fit per Gnomonem (Winckelhaggen) uti sat clarè monstrat *Fig. 3* apud B.

§. 17. Idem fit per circinum sic. Pone pedem unum in C *Fig. 3.* Alterum extende ad D & E. Pone rursus pedem unum in D, & altero aperto usque in E duc arcum GEF. Item posito pede in E duc arcum GDF. Demum per puncta sectionum FG, & per C duc rectam, quæ erit perpendicularis ad ECD.

§. 18. *Problema.* Perpendicularem in campo ducere. Hoc fiet ope semicirculi paulò majoris, uti in charta fit per transportatorem. Vel applica in terra gnomonem majorem.

§. 19. *Problema.* Ex dato aliquo extra lineam puncto ducere perpendicularem ad eam lineam. v. g. ex H ad lineam DI. *Fig. 3.* Pone circinum in H. Duc arcum, qui lineam secet in D, & I. Divide arcum DI bifariam in K. Jam ex H ad K duc lineam, quæ erit perpendicularis ad DI. *Vel*: posito pede in D fac per I arcum versus H, aut supra K. item ex I per D. Per arcuum horum intersectiones ducta linea est perpendicularis.

§. 20. *Pro-*

§.20. *Problema.* Perpendicularem ducere ex puncto extremo, v. g. A *Fig* 4 Pone pedem in A, alterum aperi pro libitu in B. Ex B duc arcum CAD. Ex C duc per B. lineam, quæ secabit arcum in D. Ex D fac lineam ad A. Hæc erit perpendicularis. * Hoc fundamentum suum habet in figura 14. ABC.

Ope gnomonis aut transportatoris hoc facilius fit.

§.21. *Regula.* Perpendicularis linea est brevissima omnium earum, quæ duci possunt ex puncto aliquo supra vel infra lineam posito. ùt ex H versus K. *Fig.* 3.

§.22. *Regula.* Ex uno puncto lineæ non possunt erigi plures perpendiculares, quàm una.

§.23. *Regula.* Ex uno puncto extra lineam posito non possunt plures perpendiculares ad lineam duci, quàm una.

Corollarium. Hinc ad idem punctum speculi unus tantum radius solis est perpendicularis. Hinc ex pluribus globis in murum simul emissis unus tantùm perpendiculariter potest incidere.

§. 24. *Definitio.* Lineæ PARALLELÆ (gleichlauffende) sunt, quæ ubique æqualiter inter se distant. ùt fig. 4. LK, & FHI.

* *Scholion.* Parallelæ autem esse possunt tam rectæ lineæ, quàm curvæ omnis generis.

§. 25. *Problema.* Parallelam in charta ducere. *Fig.* 3. Pone pedem in A, duc arcum L. Item ex M duc arcum H. Per vertices arcuum duc accuratè vadentem lineam LH, quæ est parallela ad A B E &c.

* Facilius hoc fit per *Paralleleum.*

§. 26. *Problema.* Per datum extra lineam punctum ducere parallelam. Pone pedem circini in dato puncto, alterum aperi donec lineam accuratè radat. Dein alio loco pone pedem in ipsa linea, & duc arcum extra eam. Per punctum & hunc arcum ducta linea est priori parallela.

§. 27. *Problema.* Parallelam ducere in campo. *Fig.* 4. Defige baculos E F. Alliga funem, & mediam ejus partem apprehendens extende in G, ibique baculum fige. Id ipsum fac ex H. Duo ergo baculi stabunt in linea recta, quæ erit ad priorem parallela.

§. 28. *Scholion.* Cùm parallelæ multum distantes esse debent, sic operare. *Fig.* 4. Ex I duc perpendicularem in K. (vide suprà Num. 18.) Ex K iterum fac perpendicularem versus L. *Vel:* Ex I fac perpendicularem & metire petitam distantiam versus K. Ex A duc aliam perpendicularem versus D ejusdem cum priore longitudinis. Baculi ergo D & K stabunt in linea recta, quæ ad AI est parallela.

§. 29. *Regula.* Inter duas parallelas brevissima linea est, quæ ad ipsas est perpendicularis.

§. 30.

§. 30. *Regula.* Linea ad unam parallelam perpendicularis, est talis etiam ad alteram.

§. 31. *Regula.* Linea recta obliquè secans parallelas qualem angulum facit cum una parallela, talem etiam facit cum omnibus aliis. Vide §. 77. 83. 85.

§. 32. *Regula.* Cùm inter duas parallelas ducuntur plures transversæ inter se ipsas parallelæ, omnes sunt ejusdem longitudinis.

§. 33. *Problema.* Lineam SERPENTINAM ducere. Duc rectam, *Fig. 5.* Pone pedem in B, & fac arcum A. Pone pedem in C, duc alium arcum &c.

§. 34. *Problema.* Lineam SPIRALEM (Schnecken-Linie) ducere. Super linea recta elige duo centra D & E, è quibus alternatim duc arcus superiores & inferiores, ut prodit *Fig. 5.*

§. 35. *Problema.* ELLIPSIN (Linsen-Linie) facere. *Fig. 6.* Fac rectam AB &c. Ex A fac circulum, & alium ex B. Ex C duc rectas AE, & CB &c. Item ex D fac rectas DAF, DB &c. Ex C duc arcum E. Ex D verò arcum F.

§. 36. *Scholion.* Ut Ellipsis fiat acutior, duo circuli magis separandi sunt, & minores efficiendi. Centra verò arcuum infra I & supra K eligenda. Vide Fig. 16.

* Cetera de Ellipsi ad Geometriam sublimiorem & Algebram spectant.

§. 37. *Problema* Ellipsin sine circino facere. Fige duas acus aut baculos in A & B. Alliga iis funiculum longiusculum. Tertia acu vel baculo apprehende filum ipsamque acum filo semper retento duc per circuitum, quæ describet ellipsin. Vide etiam *Fig* 16.

§. 38. *Problema* OVALEM lineam facere. Duc rectam NM *Fig.* 6. & perpendicularem LP. Ex L fac circulum NOM. Ex puncto N & M duc lineas per O. Ex O duc arcum P. Ex N arcum MP. Ex M arcum NP.

§. 39. *Definitiones* linearum & punctorum in Ellipsi hæ fere sunt notandæ.

Foci Die Brenn-Punct sunt puncta A & B. Si construatur aula habens fornicem ellipticæ figuræ, unusque loquatur in A, sonus omnis repercutietur in focum B. Ille ergo audiet omnia: qui verò inter A & B stat, nihil audiet vel parum.

Axis major & tota est linea totam figuram bifariam dividens, per focos transiens.

Peripheria est totus ambitus.

Diameter linea recta per centrum ducta utrinque ad peripheriam. Adeoque diameter ellipseos prorsus est variæ longitudinis, ut nempe cum axe coincidit, aut ab ea declinat.

Ordinata est linea recta axem perpendiculariter secans.

Abscissa est pars axis inter focum & verticem.

Vertex est punctum, quo axis seu abscissa peripheriam tangit.

§. 40. *Regula.* Duæ lineæ, quæ ab utroque foco ad unum aliquod punctum peripheriæ ducuntur, semper sunt longitudine æquales toti axi.

De Mensuris.

§. 41. *Definitio.* MENSURA est linea brevis, quæ aliquoties repetita exæquat longam lineam.

§. 42. *Scholion.* Primi homines sine dubio pro mensura usi sunt aut palmis, aut brachiis, aut pedibus. *Pedes* adhuc in usu sunt ubique: quorum aliquot juncti faciunt *Perticam*, eine Meß- oder Feld-Ruthe.

§. 43. *Scholion.* Ingens incommodum est, quod *Pedes*, & *Perticæ* ubique gentium sint planè inæquales. De qua diversitate hæc notanda.

§. 44. PES CIVILIS, ein Werckschuh, quo fabri utuntur, habet 12. digitos, zwölff Zoll. Digitum iterum dividunt in quatuor partes, Viertel-Zoll, aut in 12. lineas.

§. 45. PES GEOMETRICUS, est is ipse pes civilis, sed Geometræ eum dividunt in 10. digitos. Itaque digiti Geometrici sunt majores civilibus. Vocatur etiam PES DECIMALIS, quia divisiones ejus fiunt semper in denas & denas partes. Nam digitus

Geometricus dividitur in 10 LINEAS, Linea in 10 SCRUPULA prima &c. vide *Fig.* 10.

§. 46. Pertica RHENANA, (Rheinländische Ruthe) habet 12 pedes civiles. Hac utuntur architecti.

Pertica Gallica (*Toise*) habet 6 pedes civiles.

Pertica GEOMETRICA seu DECIMALIS habet 10 pedes Geometricos. *Figur.* 10.

§. 47. Proportio variorum pedum civilium in Europa hæc est. Si pes Rhenanus aut Viennensis dividatur in 1000 particulas æquales, tunc Londinensis seu Anglicus habet tales particulas 968. sive est 32 particulis millesimis brevior Viennensi. Ecce tibi indiculum pedum.

Rhenanus	1000
Viennensis	1000
Amstelodam.	904
Anglicus	968
Augustanus	938
Bavaricus	908
Francofort.	912
Norimberg.	960
	930
Oenipontan.	1011
Parisinus regius	1055
Pragensis	930
Venetus	1120

Hanc

* Hanc proportionem ex Lexico Mathematico excerpſimus. Aliam quære in Bione.

§. 48. *Problema.* Pedes Rhenanos convertere in Bavaricos. e. g. Si menſus ſum lineam habentem 300 pedes Rhenanos, quot pedes Bavaricos habet eadem linea? ℞. Hoc fit per arithmeticam *Regulam Trium*, ſic. Particulæ Rhenanæ 908 dant pedem unum Bavaricum: quot pedes Bavaricos dant particulæ Rhenanæ 300000; ſive pedes trecenti?

Part. Rhen.	*Ped. Bav.*	*Part. Rhe.*
908	1	300000

2 (3
376 (6
300000 (0 fac. pedes. 330 $\frac{360}{908}$
99888
999
9

* id eſt: Pedes Boicos 330
& inſuper particulas 360

Problema. Pedes Boicos convertere in Rhenanos. ℞. Inverſo modo operandum eſt. e. g. habeo lineam 300 pedes Boicos longam: quot pedes Rhenanos longa eſt eadem linea?

Partic. Rhen.	*Ped. Rhen.*	*Partic. Boic.*
1000	1	272|400?

* i. e. Pedes Rhenan. 272.
inſuper particulas 400.

§. 49. *Quæstio*, Quotuplex est mensura, in quantum applicatur ad res mensurandas?

℞. Triplex. (1. Mensura *Longitudinis* tantum, seu *Linearum*, das Längen-Maß. (2. Mensura *Longitudinis* simul & *Latitudinis*, sive *superficiei*, das Flächen-Maß (3. Mensura *Longitudinis*, & simul *Latitudinis*, & *profunditatis*, sive mensura *Corporis*, das Cubic- oder Cörper-Maß.

Mensura longitudinis.

§. 50. *Pertica* Longitudinis exprimitur *Figurâ* 7. & , si Geometrica est, dividitur

Pertica in pedes	10
Pes in digitos	10
Digitus in Lineas	10
Linea in Scrupula Ima	10
Scrupulum in Scrupula IIda	10 &c.

* 51. *Schol.* Brevitatis causa sic notantur. v. g. scribendum est. Perticæ 300. pedes 8. digiti 6, lineæ 7. scrupula 9. Hoc ita scribe:

0 I II III IIII
3 8 6 7 9

IIII
vel 3 8 6 7 9
vel 3 8 6 7 (9 IV.

0 IIII
vel 3 8 6 7 9 omnium optime.

§. 52. *Scholion.* Si habes v. g. perticas 685, & cupis scire, quot pedes Geometrici

in

in his continicantur, adde ad dextram unam o, & res peracta est: nempe sunt pedes 6850.

Si digitos petis, adde duas oo. & erunt digiti 68500.

Si lineas, adde tres ooo. sunt lineæ 685000. &c.

Mensura superficiei, seu Quadrata.

§. 53. PERTICA QUADRATA, Quadrat- oder Creutz-Maß. est superficies habens perticam unam in longum, unam in latum. Exprimitur *Figurâ* 8. A.

Habet pedes quadratos 10 in longum, & in latum etiam 10, in universum autem habet pedes quadratos 100.

* Ein Riemen-Ruthe est longa pedes 10, lata pedem 1. exprimitur *Fig.* 8. B. Non omnes hac mensurâ utuntur.

Pes Quadratus, est longus pedem 1, & latus pedem 1. exprimitur. *Fig.* 8. C.

* Ein Riemen-Fuß est longus pedem 1. latus digitum 1. *Fig.* 8. D. Non omnes hac mensura utuntur.

Digitus quadratus, Quadrat-Zoll est longus digitum 1. & latus digit. 1 *Fig.* 8. E. Dividitur rursus in lineas, scrupula &c.

* 54. Brevitatis causa sic scribi solet. e. g. Perticæ quadratæ 400. Pedes quadrati 5.

digiti

digiti quadrati 8. Sic scribe ut N. 51. nisi quod addas □, vel ✠. ut

o ″
4 5 8 ✠
vel 4(5 8 □
″
vel 4 5 8 ✠

Mensura Corporum seu Cubica.

§. 55. PERTICA CUBICA, ein Cubic-Ruthe, Würffel-Ruthe. est corpus habens perticam 1 in longum, perticam 1 in latum, & perticam 1 in profundum seu altum. exprimitur *Fig.* 9, A.

Habet pedes cubicos	1000
— digitos cubicos	1000-000
— lineas cubicas	1000-000000
— scrupula cubica	1000000-000000

* Eine Schacht-Ruthe exprimitur *Fig.* 9. B. non omnibus est in usu.

* Eine Balcken-Ruthe exprimitur *Fig.* 9. C. non omnibus in usu.

Pes cubicus, est longus, latus, & altus ubique pedem 1. *Fig.* 9. D.

* Schacht-Schuhe *Fig.* 9. E. Non omnibus in usu.

* Balcken-Schue F.

Digitus cubicus Cubic-Zoll, est longus, latus, & altus digitum 1. *Fig.* 9. G. Sic etiam de Lineis & scrupulis fit.

§. 56.

* §. 56. *Problema.* Perticas Decimales reducere seu convertere in Rhenanas. e. g. Est murus in charta designatus perticarum Geometricarum 30. Quotnam habet ille pedes civiles seu operarios? Sic dicito: 10 *pedes Geometrici faciunt 12 civiles: quot civiles pedes faciunt pedes geometrici 300?*

Ped. Geom.		*Ped. Civil.*		*Ped. Geom.*
10	—	12	—	300
		300		
		360|0		

* i. e. Pedes civiles 360.

Vel paucis pedes operarii semper quinta numeri parte plures sunt, quàm Geometrici, in eadem mensura. e. g. 500. pedes Geometrici faciunt 600. civiles.

§. 57. *Problema.* Lineam in terra actu metiri. Hoc fit vel funiculo in perticas diviso, vel catena, vel lignea pertica, qualem exhibet *Fig. 10.*

§. 58. *Problema.* Lineam in campo dimensam in charta designare. Hoc fit *mensura decurtatâ*, seu *scala*, mit verjüngtem Maß-Stab.

Est autem scalá linea aliqua brevis divisa in 10, 100, aut 1000 perticas: quarum una in 10 pedes dividitur: unus pes in 10 digitos. Talem scalam sibi quisque facere debet, aut varias jam præparatas habere.

Ergo quot perticas men[illegible]es in terra, to-

tidem ex ſcala deſume ope circini, circinoque in chartam poſito à pede ad pedem duc lineam.

§. 59. *Scholion.* Nam ſi eadem planè menſurâ uti velles in charta, qua uſus es in campo, deberes habere chartas inſtar pratorum amplas.

§. 60. *Problema.* Scalam Geometricam ad uſum applicare. Talis ſcala exhibetur *Fig. II.* ejusque uſus facilius docetur, ſi ex ore meo audias tria verba, quàm ſi tria folia ſcripta legas. Sic tamen habeto. E. g. menſus es in campo lineam $19^{0,}4$, & vis ex ſcala excipere totidem particulas: Pone pedem circini in * ad dextram ſuper eam lineam, cui ad ſiniſtram adſcriptus eſt num. 4. Alterum pedem extende ad * ſiniſtrum: & habes lineam deſideratam.

Si vis $18^{0,}2$, pone pedem in ✠ 100, alterum in ✠ 20.

§. 61. *Problema.* Lineam in aliqua figura deſignata exſtantem metiri. Sume lineam inter pedes circini. Pedem dein unum pone in ſcala v. g. ſupra * 100, alter deinde pes pertingit usque ad * 90, & agnoſcis lineam eſſe $19^{0,}4$. Si huc non pertingat pes, ambo pedes eousque æqualiter promovendi ſunt, donec accuratè utrinque incidant &c. Sed hæc uſu facilli[illegible] fiunt. De

De Angulis.

§. 62. *Definitio.* ANGULUS est inclinatio duarum linearum ad unum punctum. vel digressio ex uno puncto. ut AB, & AC faciunt angulum in A.

§. 63. *Definitio.* A dicitur *Vertex.* AB unum *crus* anguli: AC alterum crus.

§. 64. *Regula* Mensura anguli est arcus circuli inter utrumque crus ductus, & in gradus divisus. vide - - -

§. 65. *Problema* Angulum datum in charta metiri. Applica semicirculum seu transportatorem, ut vides *Fig. 12.* Vide in margine instrumenti, per quotum gradum transeat crus AB, & dic tot graduum esse angulum A.

In *campo* adhibe semicirculum majorem cum regula dioptris seu *visoriis* instructa.

§. 66. *Definitio.* Angulus RECTUS est, qui habet 90 gradus. OBTUSUS habet plures. ACUTUS pauciores. Sic *Fig. 12.* AB & AC faciunt angulum acutum. AD & AC rectum. AE & AC obtusum.

§. 67. *Regula* Super lineam rectam ex uno puncto v. g. A quotcunque anguli erigantur, omnes simul sumpti non habent nisi gradus 180. *Quia omnes comprehenduntur in semicirculo; semicirculus autem habet 180°.

§. 68. *Regula.* Cùm super lineam rectam erigitur aliquis angulus acutus, tunc alter eidem *collateralis* seu *contiguus* erit obtusus, & vicissim. ùt *Fig.* 12. KNI est acutus: KL est obtusus.

§. 69. *Regula.* Angulus collateralis tot habet gradus, quot alteri suo collaterali desunt ad 180. v. g. BAC habet 50°. à 50 ad 180 supersunt 130. ergo BAF habet 130°. *Fig.* 12.* Hinc unus dicitur alterius complementum.

§. 70. *Regula.* Cùm duæ lineæ rectæ se perpendiculariter secant, constituuntur quatuor anguli recti, ùt *Fig.* 12. FC. DG.

§. 71. *Regula.* Cùm duæ rectæ se intersecant oblique, constituuntur quatuor anguli obliqui: quorum duo vertice oppositi sunt acuti, duo reliqui obtusi: N & M acuti: L & H obtusi.

§. 72. *Regula.* Omnes hi quatuor anguli simul sumpti valent 360°, quia explent totum circulum, qui circumscribi illis potest.

*Duo verò collaterales faciunt 180°, quia explent dimidium circulum.

§. 73. *Regula.* Anguli ad verticem oppositi semper sunt inter se æquales. ùt N & M. item L & H. *Fig.* 12.

§. 74.

§. 74. *Scholion.* Ergo si forte impediris metiri angulum M, produc lineas MI, MK, & habebis angulum N verticaliter oppositum. Hunc metire & pronuntia angulum M esse huic æqualem. Hujus doctrinæ praxis in instrumentorum usu perpetua est.

§. 75. *Regula.* Si vis quatuor istos angulos metiri, opportet tantum metiri unum v. g. N. Nam illi oppositus M est huic æqualis: sic ergo dimensi sunt omnes.

* *Scholion.* Si tres lineæ secantes sunt, nascuntur 6 anguli, & qui singulorum quantitatem vult nosse, debet metiri duos contiguos. Si sint lineæ quatuor, erunt anguli octo, & tres contigui seorsim dimetiendi.

§. 76. *Regula.* Anguli, quorum crura sibi invicem imposita se tegunt, sunt æquales.

§. 77. *Regula.* Anguli, quorum crura sunt parallela, sunt æquales.

§. 78. *Regula.* Omnes anguli, qui inter se sunt similes, sunt etiam æquales. Et qui inæquales sunt, sunt etiam dissimiles. vid. §. 225. 226.

§. 79. *Regula.* Crura quantumcunque prolongata non faciunt angulum majorem: comprehendunt tamen arcum majorem quoad partes aliquantas.

§. 80. *Definitio.* Partes *aliquotæ* circuli vel arcûs sunt gradus, minuta, secunda, &c.

Partes ejus *aliquantæ* sunt mensuræ aliæ assumptæ, v. g. digiti, pedes &c.

§. 81. *Regula.* Omnes lineæ, quæ ducuntur ab uno crure ad aliquod punctum alterius cruris, sunt inter se inæquales, *Vel*: Ad unum qualecunque punctum cruris non possunt ab altero crure duci duæ lineæ æquales.

§. 82. *Regula.* Omnes lineæ ab uno crure ad alterum quomodocunque ductæ sunt inter se inæquales.

* *Corollarium.* Ergo quando ab una linea ad alteram possunt duci plures transversæ æquales, illæ duæ lineæ non constituunt angulum, sed sunt parallelæ.

§. 83. *Regula.* Quotcunque lineæ ducantur intra crura, quæ sint parallelæ ad alterum ex cruribus, omnes illæ cum altero crure constituunt eundem angulum, quem ipsa inter se crura constituunt.

§. 84. *Scholion.* Hoc usum habet in Astronomia, ubi v.g. duobus quadrantibus capitur per radios admissos altitudo solis in locis non multum distantibus: utrobique enim invenietur idem angulus; quia radii solis supponuntur esse ad sensum saltem paralleli. *

§. 85. *Regula.* Lineæ omnes, quæ cum aliqua alia linea faciunt eosdem angulos, sunt inter se parallelæ. Sequitur hoc ex priori regula. Hinc etiam colligitur, radios solis esse parallelos ad sensum; quia ad sensum

eos-

eosdem angulos formant cum aliqua tertia linea, v. g. cum latere instrumenti seu quadrantis.

§. 86. *Regula.* Omnes arcus, qui duci possunt intra duo crura, ita ut centrum eorum sit vertex anguli, sunt æquales, seu totidem graduum, aut partium aliquotarum.

§. 87. *Reg.* Quantacunque pars cruris auferatur, remanet idem angulus, nisi auferatur totum crus.

§. 88. *Reg.* Tametsi vertex auferatur, crura tamen faciunt adhuc angulum mathematicum, seu rationalem; quia vi suæ directionis adhuc petunt in vertice concurrere.

§. 89. *Reg.* Linea quæ inter duo crura ducitur ita, ut ab utroque æqualiter distet, totum angulum dividit in duos angulos minores æquales, seu eundem dimidiat.

§. 90. *Probl.* Datum angulum in duas partes dividere. *Fig.* 13. Sit angulus A. crura A B, & A C. Pone circinum in A, & pro libitu duc arcum per utrumque crus. Duc ex B arcum C D. & ex C arcum B D. Linea ex angulo A per D ducta dimidiat arcum.

§. 91. *Nota.* In nominandis angulis solent mathematici crurum notas extremis locis ponere, notam ipsius anguli in medio. e. g. ad nominandum angulum N *Figurâ* 12 scribitur K N I. Sic E A B. D A C.

De Figuris.

§. 92. *Definitio.* Figura est spatium ab omni parte clausum lineis, ùt *Fig.* 13. A,C B. *Fig.* 14. D E F.

§. 93. *Reg.* Duæ lineæ rectæ nunquam faciunt figuram.

§. 94. *Reg.* Una curva potest facere figuram. ut circulus.

§. 95. *Reg.* Curva convergens ad rectam facit figuram. Non item divergens, nisi secum ipsa. Neque duæ divergentes.

De Circulo.

§. 96. *Definit.* Circulus est linea curva, cujus omnia puncta æqualiter distant à centro.

§. 97. *Reg.* Circulus generatur, quando linea recta promovetur circa unum punctum immobile.

§. 98. *Schol.* In circulo potest considerari vel sola externa linea curva, quam describit extremitas lineæ rectæ circummotæ. Vel tota superficies, quam describit tota linea recta circummota, secundum omnia sua puncta.

§. 99. *Coroll.* Ergo, cum circularis figura, v. g. Rota in orbem agitur, centrum manet immotum, partes viciniores centro moventur tardius; remotiores citius; remotissimæ citissimè.

§. 100. *Coroll.* Hoc usum habet ingentem in omni Physica, Astronomia, Mechanica & Statica &c.

§. 101. *Reg.* Circuli ex eodem centro ducti sunt paralleli. Et paralleli habent idem centrum.

§. 102. *Reg.* Circuli se in aliquo puncto tangentes non habent idem centrum.

§. 103. *Reg.* Circuli se intersecantes non habent idem centrum.

§. 104. *Reg.* Circulus secans circulum in duobus non amplius punctis illum secat.

§. 105. *Reg.* Circuli qui habent æquales radios, sunt æquales.

§. 106. *Definitio.* *RADIUS* sive SEMI DIAMETER est linea recta à centro ad peripheriam ducta. ut *Fig.* 18. E. H.

§. 107. *Defin.* DIAMETER (Durchschnitt) est linea recta transiens centrum & peripheriam utrinque tangens. ut F E G.

§. 108. *Definit.* PERIPHERIA, ambitus (Umkreiß) est extrema linea circuli, seu maximè distans & æqualiter à centro. ut F H O M G K L I, *Fig.* 13.

§. 109. *Reg.* Omnes radii ejusdem circuli sunt inter se æquales.

§. 110. *Reg.* Omnes radii divergunt ad peripheriam, convergunt ad centrum. *Vel*, Lineæ à centro ductæ nunquam possunt esse parallelæ. *vel* Lineæ quæ sunt parallelæ non veniunt ex eodem centro, nec sunt radii ejusdem circuli.

§. 111. *Reg.* Nullus radius alterum tangit.

§. 112. *Reg.* Omnes radii tangunt centrum.

§. 113. *Reg.* Tot possunt duci radii, in quot puncta divisibilis est peripheria. *vel.* Ad quodvis punctum peripheriæ potest ex centro duci radius.

§. 114. *Reg.* In circulo minimo tot sunt radii, quot in maximo.

§. 115. *Reg.* Omnes circuli sunt similes, sed non æquales.

§. 116. *Reg.* Nullus circulus, etsi maximus, est similis rectæ, neque cum illa congruere potest.

§. 117. *Reg.* Inter circulum & lineam rectam possunt duci infiniti circuli, ut *Fig.* 13. inter circulum Z +, & rectam T S.

§. 118. *Reg.* Circulus tangens circulum, tangit eum in unico puncto. ut *Fig.* 13. circuli Z +. VX. &c. tangunt se invicem, & circulum H I L in puncto tantum F. * Sed hoc punctum in hac figura valde crassum est, & plane non mathematicum, propter materiæ & instrumentorum crassitiem. * Quia si in pluribus punctis tangerent v. g. in (o) tunc radius E o esset longior radio E F quod est contra §. 109. & 105.

§. 119. *Reg.* Impossibile est, duos circulos exterius se tangentes habere superficies mutuò

mutuò sibi congruentes, aut contangentes, præterquam in puncto. Ergo inter circulum & circulum possunt duci infiniti alii. ut inter Z♃ & HIL.

§. 120. *Reg.* Duo radii semper sunt æquales diametro.

§. 121. *Reg.* Diameter est linea maxima omnium rectarum quæ possunt duci in circulo à Peripheriæ uno latere ad aliud.

§. 122. *Reg.* Linea recta intra circulum ducta non est diameter, si intra eundem potest duci alia recta adhuc longior.

§. 123. *Reg.* lineis rectis inter se parallelis intra circulum ductis, nunquam plures inter se æquales sunt, quàm duæ.

§. 124. *Reg.* Idem dic de lineis rectis non parallelis sed ab uno peripheriæ puncto divergentibus.

§. 125. *Reg.* Circuli peripheria dividitur in gradus 360. gradus quilibet in 60 minuta, minutum in 60 secunda, secundum in 60 tertia &c. Sic autem compendii causa solent notari.

o ′ ″ ‴ ⁗
35, 24, 16, 20, 50 &c.

i. e. 35. grad. 24 min. 16 secund. 20 tert. 50 quart. &c.

§. 126. *Reg.* Gradus, minuta, secunda &c. in circulo minimo sunt *totidem quot* in maximo; sed non sunt *tanti, quanti* in maximo.

Vel omnes circuli habent easdem partes *aliquotas*, ſed non aliquantas.

§. 127. *Definit.* ARCUS eſt pars peripheriæ, ut *Fig.* 13. MG.

§. 128. *Defin.* QUADRANS eſt quarta pars peripheriæ conſtans 90 gradibus. ut HG. *Dividitur autem in 90 gradus ope hujus verſiculi: *In* tres, *in* binas, *in* tres, *in* quinque *ſecato.*

§. 129. *Reg.* Arcus inter duos radios comprehenſi omnes ſunt æquales.

§. 130. *Defin.* CHORDA ſubtendens, vel ſubtenſa (Sehne) eſt linea recta ab uno fine arcus ad alterum ducta. *Fig.* 13. IK.

§. 131. *Reg.* Omnis chorda brevior eſt ſuo arcu.

§. 132. *Reg.* Radius per dimidiam chordam ductus à centro usque ad arcum, ipſum arcum dividit in duas partes æquales.

§. 133. *Problem.* Ad datum circulum, cuius centrum ignoratur, ipſum centrum invenire. *Fig.* 15. Duc chordam A B. Divide in F. Ex F erige perpendicularem, quæ totum circulum ſecet. Hanc divide in duas partes æquales in E, quod eſt centrum.

Vel, Pone pedem circini in B. & ex A duc arcum C D. Pone pedem in A & duc arcum CBD. Per ſectiones D C duc rectam. Hanc à G incipiendo divide bifariam in E.

134.

§. 134. *Problema.* Data tria puncta, quæ non recta linea sint posita in unum arcum vel circulum conjungere. *Fig. 14.* Sint puncta G, H, I. Pone pedem circini in G, duc arcum MHN. Pone pedem in H, duc arcum MGN. Pone pedem in H, duc arcum LIK. Pone in I, duc arcum KHL. Per sectiones arcuum MN, & KL duc rectas. O, ubi rectæ concurrunt, est centrum. Ergo posito circino in O aperi usque in G, quem si circumducas, transibit per H & I. &c.

§. 135. *Problema.* Datum arcum complere, & totum ex eo circulum facere, e. g. Fig. 14. arcum GHI. Determina in arcu tria puncta G, H, & I. Deinde invenito centrum juxta §. 134. Ex quo centro facile perficies totum circulum.

§. 136. *Problema.* Circulum describere absque circino aut funiculo. *Fig. 15.* Duc diametrum circuli HI. In utraque extremitate fige clavos. Applica Gnomonem, ut figura monstrat, quem circumduces ita, ut latera ejus semper contingant clavos H & I. Ejus angulus K promotus in LM &c. describet circulum, si ibi applicata fuerit penna, aut creta, plumbago, acus &c.

§. 137. *Scholion.* Quod in charta aut mensa fecisti gnomone & clavis, hoc in campo facies defixis loco clavorum perticis, & radiis visualibus utrinque per dioptras gnomonis directis ad perticas defixas. Loco

linea

lineæ per pennam ſignandæ defige baculos in terra per modica intervalla. Sic circulos quamvis ingentes deſcribere potes.

§. 138. *Problema.* Arcum circuli ducere ingentis radii, v. g. 100. 200. 300. pedum. *Fig. 18.* Bion exhibet ad hoc præſtandum aliquod inſtrumentum duabus rotis conſtans: ſed valde eſt delicatum in ſeiner Mathematiſchen Werck-Schul, zweyter Eröffnung Tab. I. Commodius autem ſic operare. Duc lineam rectam in longa tabula GF. Transverſam duc perpendicularem H, ita ut H ſit in medio GF. Ex hac perpendiculari modicam partem, v. g. digitum aut dimidium, abſcinde in H. Fac ex aſſére aut lamina prælonga inſtrumentum obtúſ angulum GHF. In G & F defige clavos. In H adhibe calamum, acum &c. Inſtrumentum ſic move, ut latera ſemper tangant clavos, & calamus deſcribat grandem circulum.

* Quò grandioris circuli arcum deſideras, eò remotiores ab H debent eſſe clavi. Sed tunc etiam regula debet eſſe longior, ut quando vertex H applicatur ad G, extremitas ultra I protendatur.

* Fundamentum hujus rei ad Trigonometriam pertinet. Vide tamen §. 251. &c.

§. 139. *Definitio.* Semicirculus eſt pars circuli ab extremitate diametri ad extremitatem alteram. ut *Fig. 13.* FILKG.

§. 140. *Definitio.* Segmentum majus est ultra semicirculum, ùt IFHOMGK.

§. 141. *Definitio.* Segmentum minus est minus quàm semicirculus, ut ILK.

§. 142. *Definitio.* Sector est quod comprehenditur intra duos radios, sive comprehendat arcum majorem quadrante, sive minorem. ùt *Fig.* 12. ABC.

§. 143. *Regula.* Semicirculi chorda est ipsa diameter.

§. 144. *Regula.* Lineæ ab utroque extremo diametri ductæ ad unum punctum peripheriæ semicirculi semper faciunt angulum rectum. ùt fig. 14. in ABC.

§. 145. *Corollarium.* Hinc si vis probare Gnomonem, an sit accuratus? describe in tabula semicirculum, & duc ab extremis diametri lineas ad unum peripheriæ punctum. Ad id punctum applica verticem gnomonis. Si utraque gnomonis latera correspondeant lineis illis, gnomen est accuratus.

§. 146. *Regula.* In segmento majore duæ lineæ ab utroque extremo chordæ ductæ ad unum peripheriæ punctum faciunt angulum acutum.

§. 147. *Regula.* In segmento vero minore faciunt obtusum.

§. 148. *Regula.* Omnes anguli à chorda ad peripheriam ducti ubique sunt æquales.

§. 149. *Definitio.* TANGENS est linea ad radium perpendicularis, producta, donec tangat secantem, ut Fig. 13. GN. item GP.

§. 150. *Definitio.* SECANS est radius extra circulum prolongatus usque ad tangentem, ùt EN. Item EP.

§. 151. *Definitio.* SINUS est linea à puncto illo arcus, per quod transit secans perpendiculariter demissa ad radium, ùt OQ. MR. *Sinus totus* est ipse radius EH.

§. 152. *Regula.* Tangens gradûs 45ti est æqualis radio seu sinui toti. ùt GN est æqualis EH.

§. 153. *Regula.* Omnis secans est major radio.

§. 154. *Regula.* Quò propiores fiunt secantes radio H seu quadranti, hoc longiores fiunt ipsæ, & tangentes earum. ùt EP est longior quàm EN, & GP longior quàm GN.

§. 155. *Regula.* Nulla secans potest esse parallela ad radium EH, vel EG.

§. 156. *Regula.* Sinus omnes sunt paralleli.

* Cetera hac de re ad Trigonometriam spectant.

De Parabola.

§. 157. *Definitio.* PARABOLA est linea curva orta ex sectione coni. *Fig. 16.* * Ulteriora

riora de hac pertinent ad Geometriam sublimiorem, Algebram & Analysin.

§. 158. *Definitio. Focus* Parabolæ est Fig. 16. punctum E, in quod reflectuntur omnes radii, v. g. solis, qui paralleli incidunt in cavitatem parabolæ.

§. 159. *Definitio.* Vertex est D. Axis est F D E &c. Parameter est linea focum transiens & axem perpendiculariter secans.

§. 160. *Problema.* Parabolam describere. *Fig. 16.* Duc lineam F D E 7, & perpendicularem E. Determina, quantum velis distare focum à vertice D, nempe usque in E. Longitudinem D E pone super parametro ex E bis ad sinistram, & bis ad dextram: semel autem ex D in F. Lineam D E divide in quotcunque pàrtes æquales, v. g. in 3. Talesque partes etiam infra E fac. Per omnes has duc lineas perpendiculares axi, vel parametro parallelas. Jam pone circinum in F, aperi usque in 1.: deinde servatâ hac aperturâ pone pedem in E, & abscinde ex linea transversa parallela ex 1 versus dextram & sinistram partem, quam pes circini tangit: nota puncta Sectionum. Rursus pone pedem in F: aperi usque ad 2. Iterum adi ad E, & abscinde ex linea 2 dextram sinistramque partem. Sic porro perge, donec parabola satis magna & capax videatur.

§. 161. *Problema.* Aliter idem ita facies, & elegantius: sed tantùm usque ad parametrum.

trum. *Fig. 17.* Duc perpendiculares DC. BE. Determina focum ex vertice B in A. Longitudinem BA bis transfer in D, & bis in C. Divide longitudinem BA in 6 partes æquales, & per 1 duc perpendicularem G 1 F. Pone pedem circini in B, & duc arcum DC. Pone in E, duc arcum GBF. Pone in G, duc arcum H. Item in F, duc arcum I. Pone in D, duc arcum alterum H. Item in C duc arcum alterum I. Pone in I, duc arcum FC. Item in H, duc arcum GD. Sic perfecta erit parabola. DGBFC.

§. 162. *Scholion.* Parabolâ utimur ad conficienda specula caustica, vitra caustica, microscopia &c.

De Hyperbole.

§. 163. *Definitio.* HYPERBOLE est linea curva, quæ oritur ex sectione coni iterum aliâ, quàm parabola.

§. 164. *Problema.* Hyperbolen describere. *Fig. 18.* Duc lineam CBAE. Determina verticem B, focum internum A, & externum C, qui remotior sit à vertice quàm internus. In C applica regulam versatilem circa clavum. In A sit clavus, cui alliga funiculum versatilem, altero suo extremo ad regulam firmatum in D. Funiculus ita longus sit, ut, quando regula dependet in E, funiculus contingat verticem B. Regula sic pen-

dente

dente applica calamum aut acum in B. Regulam promove ita, ut calamus eum semper contingat: Sic calamus in tabula describet Hyperbolen desideratam. * Servit ad specula caustica. &c.

De Triangulis.

§. 165. *Definitio.* TRIANGULUM est figura tribus tantum lineis clausa, & constans tribus angulis. ùt *Fig. 14.* D E F.

§. 165. *Definitio.* Triangulum rectangulum est, quod unum angulum rectum habet. ùt D E F angulum D.

§. 166. *Definitio.* Basis est latus DF, vel Cathetus minor. Cathetus major est latus DE. Hypothenusa est latus EF.

§. 167. *Regula.* Hypothenusa semper est major quolibet catheto.

§. 168. *Regula.* Non potest in triangulo nisi unus angulus rectus esse.

§. 169. *Regula.* Si latera duo æqualia sunt, etiam duo anguli illis oppositi vel finitimi sunt æquales.

§. 170. *Definitio.* Triangulum obliquangulum nullum habet angulum rectum.

§. 171. *Definitio.* Triangulum obtusangulum est, quod unum angulum obtusum habet.

§. 172. *Regula.* Non potest nisi unus esse angulus obtusus in triangulo.

§. 173. *Definitio.* Triangulum æquiangulum habet tres angulos æquales.

§. 174. *Regula.* In omni triangulo æquiangulo singuli anguli habent 60. gradus. Vide §. 182.

§. 175. *Regula.* Omne triangulum æquiangulum etiam latera habet æqualia, adeoque est æquilaterum, & vicissim.

§. 175. *Definitio.* Triangulum æquicrurum seu *Isosceles* duo latera æqualia habet, & consequenter etiam duos angulos illis contiguos. §. 169.

§. 176. *Definitio.* Triangulum *Scalenum* omnia latera inæqualia habet: & consequenter etiam omnes angulos inæquales.

§. 177. *Regula.* Non datur triangulum rectangulum, & simul æquilaterum totum.

§. 178. *Regula.* In omni triangulo duo latera simul sumpta majora sunt latere tertio. *Vel*: in nullo triangulo unum latus potest esse æquale reliquis duobus simul sumptis.

§. 179. *Regula.* In nullo triangulo possunt esse plures anguli semirecti (i. e. 45. graduum, quàm duo.

§. 180. *Regula.* In omni triangulo ille angulus est maximus, qui est oppositus longissimo lateri. Et ille minimus, qui oppositus lateri minimo.

§. 181. *Regula.* In omni triangulo illud latus est maximum, quod opponitur angulo maximo.

Qua-

Quatuor regulæ palmares de Triangulis.

§. 182. *Regula I.* In omni Triangulo tres anguli ſimul ſumpti æquivalent duobus rectis, ſive habent gradus.

§. 183. *Regula II.* In omni Triangulo cognitis duobus angulis, neceſſariò cognoſcitur tertius: habet enim tot gradus, quot à duobus angulis ſimul ſumptis ſupereſt usque ad 180. e. g. fig. 14. Angulus D habet 90°. F 65° ſimul ſumpti habent 155. ab his ad 180 ſuperſunt 25. ergo angulus E habet 25.

§. 184. *Regula III.* In omni Triangulo cognito uno latere, & duobus angulis, cognoſcitur angulus tertius, & duo reliqua latera. *Fig. 14.* De tertio angulo dictum §. 183. Determinata longitudine lateris DF. determinata etiam earum ad invicem inclinatione ſeu angulo recto D, & acuto E, duo latera EF, & DF neceſſariò concurrunt in F. atque adeò F terminat ac determinat utrumque latus nempe DF & EF. Nec poteſt aliquod eorum fieri longius, quamdiu angulus E non ſit major.

§. 185. *Regula IV.* In omni Triangulo cognitis duobus lateribus, &

uno angulo cognoſcitur etiam latus tertium, & duo reliqui anguli. Fig. 14. Nam poſitis duabus extremitatibus laterum, nempe in E & F, poſita etiam inclinatione utriusque lateris ad invicem, nempe 90 grad. impoſſibile eſt, ab extremitate E ad extremitatem F duci aliam lineam longiorem aut breviorem, quàm ſit linea E F. Lineâ autem DE magis verſus F inclinatâ, ſtatim latus E F fieret brevius.

§. 186. *Problema.* Datâ trium laterum longitudine conſtruere triangulum etiam non cognito ullo angulo. Fig. 14. Sit latus. Duc in charta vel campo lineam D F, quæ ſupponatur eſſe latus v.g. 100. pedum. Sume intra circinum vel etiam in funiculo pro latere D E pedes 200 (nam tantum ſupponatur eſſe hoc latus) poſitoque pede in D duc arcum per E. Sume intra circinum pedes 220 pro latere F E. poſitoque pede in F, duc arcum alium per E. Ubi duo arcus ſe interſecant, ad id punctum (nempe E) duc lineas ex F & D, & triangulum erit abſolutum. * Dato uno latere facilius adhuc eſt, tali operatione conſtruere triangulum æquilaterum.

Dimen-

Dimensio distantiarum per triangula, in mensula describenda.

§. 187. ***Problema.*** I. Metiri distantiam duorum locorum accessibilium, *Fig. 19.* Sit distantia metienda inter A & B. Elige stationem & pone mensulam in C. Ex C collima per regulam dioptricam mensulæ in A, & duc plumbagine lineam C a. Collima etiam in B, & duc lineam Cb. Deinde metire actu in terra lineam CA, & si inveneris v. g. pedes 600, ex scala aliqua totidem particulas sume, atque in mensula tua transfer ex C in a. Metire etiam in terra lineam CB, 700 pedum. Totidem particulas scalæ ejusdem transfer in mensulam ex C in b. Dico si circino accipias distantiam a - b in mensula, applicesque eam scalæ eidem, mox inventurum te esse, quot particulas contineat distantia a-b, forte 500. Tot etiam pedes continebit distantia AB in campo.

*Invenisti enim in hac operatione duo latera CA, & CB metiendo. Invenisti etiam angulum C collimando: ergo totum triangulum invenisti. §. 185.

NB. Quid sit mensula, quomodo applicanda &c. frustra multis verbis docerem. Uno aspectu & tribus additis verbis res tota fit clara.

§. 188. ***Problema II.*** Metiri distantiam una tantum parte accessibilem *Fig.* 19. E - D.

Pone mensam in E. Collima in D & duc lineam. Collima etiam in F, & quidem facilitatis causâ sub angulo recto. Metire actu distantiam EF, v. g. 200. pedum. Totidem particulas scalæ alicujus in mensulam transfer ex E in F. Pone mensam in F. Fac ut linea ducta F E coincidat cum linea FE, (ideo in prima statione E debuisti infigere prius baculum, ad quem collimes ex F. Dein collima in D, & duc in mensa lineam F d. Lineola d - E in mensa, si eam applices ad[illegible]inam scalam, indicabit, quot pedes di[illegible] in terra E & D. Tot nempe, quot particulæ sunt inter E - d. * Hic enim cognitum habes unum latus E F per dimensionem, & duos angulos E & F per collimationem. Vide §. 184.

§. 189. *Problema III.* Metiri distantiam utrinque inaccessibilem, ut A B *Fig. 20.* Pone mensam in C, collima in A, & B, & D: duc ubique in mensa lineas. Metire distantiam C - D, totidemque particulas in mensa transfer ex C in d. Pone secundò mensam in D, collima in C, A, & B. Reperies intersectiones linearum fieri in a & b. Particulæ ergo, quæ sunt inter a & b, docebunt, quot pedum vel perticarum &c. sit in terra distantia A B. * Hic enim habes cognitum unum latus C D per dimensionem, & duos pluresque angulos per collimationem.

* Multæ aliæ ſunt praxes metiendi: ſed hæc ſimplex eſt & bona. Qui angulorum doctrinam & regulas illas palmares bene imbibit animo, facile omnes intelligit.

§. 190. *Problema IV.* Plurium locorum diſtantias, poſitionem, ſeu Topographiam metiri. *Fig. 21.* Elige duo loca pro duplici menſæ ſtatione: ex quibus omnia reliqua loca circumſpicere poſſis. Sintque illa duo loca D & C. Pone menſam in C. Collima ad omnia loca A B D E F, & duc in menſa lineas. Metire diſtantiam in terra à ſtatione prima C ad ſecundam D, totque particulas in menſam transfer. Pone menſam in D, iterumque collima ad omnia loca B A C E F, & duc lineas. Hæ lineæ viſoriæ ſe interſecabunt in menſula, in punctis a b c d &c. & hæ interſectiones indicant poſitionem eorum locorum. Si ergo circino accipias intervallum unius ab altero, & applices ſcalæ, invenies diſtantiam eorum veram in terra.

* Tota res verſatur in triangulis, quorum omnium baſis communis ſeu latus D C cognitum eſt actu dimetiendo: anguli autem cogniti ſunt collimando. Sic eſt triangulum DCB. DCA. DCE. DCF.

* Poſſunt duæ ſtationes eligi in extremitatibus regionis, ut in F & E.

** Debet tamen attendi, ne nimium ſint vicinæ ſtationes. Item ne tales ſint, ex quibus ductæ lineæ viſoriæ ſe nimium acutè ſecent.

*** Si adhuc plura superſunt regionis loca, quæ ex utraque ſtatione non potuiſti perſpicere, debes ſecunda vice operari: & tunc pro ſtatione prima ſerviet locus D, alteram capies in G vel F, & iterum ex utraque ſtatione collimabis ad I H &c.

§. 191, *Problema.* Aream ſeu regionem metiri, cujus loca non perſpici, bene verò circuiri poſſunt. *Fig. 22.* Sit ſylva A B C D E, cujus extrema A B &c. unum ex altero videri poſſint, aut baculi perticæve in illis figendæ. Pone ergo menſam in B, collima in A & C, ducque lineas. Metire in terra diſtantiam B C, eamque ex ſcala transfer in menſulam. Pone menſam in C, collima ad B & D: Metire C D. Pone tertiò menſam in D, collima in C & E. Metire diſtantiam D E. Menſam in E & A ultima duo loca ponere, non eſt neceſſarium. Sed metire tantum lineam E A, circinoque accepta longitudine ex E duc arcum per A, qui ſecabit lineam B A in puncto A: ad quod duc ex E lineam, & figura erit abſoluta.

§. 192. *Problema.* Probare, an recte operatus fueris in priore problemate. Suppono quod ſemper unum latus figuræ, cum altero, e. g. A B, cum B C faciat certum angulum. Dein omnes hi anguli ſimul ſumpti faciant certum numerum graduum. Si plura ſunt latera, anguli erunt majores, &

numerus

numerus graduum major: si pauciora, minor erit numerus &c. Jam si ope transportatoris metiaris omnes angulos in mensula à te collimando descriptos, eosque in unam summam redigas, & invenias numerum graduum huic figuræ convenientem, rectè operatus es: sin minus, errâsti.

Ecce tibi tabellam, quæ exhibet numerum graduum in summam colle[illegible] m pro singulis polygonorum specieb[illegible] ic tri-

goni omnes anguli faciunt 180, Quadrati o 860 &c.

III Latera		—	—	180	Grad.
IV		—	—	360	—
V		—	—	540	—
VI		—	—	720	—
VII	—	—	—	900	—
VIII	—	—	—	1080	—
IX	—	—	—	1260	—
X	—	—	—	1440	—
XI	—	—	—	1620	—
XII	—	—	—	1800	—
XIII	—	—	—	1980	—
XIV	—	—	—	2160	—
XV	—	—	—	2340	—
XVI	—	—	—	2520	—
XVII	—	—	—	2700	—
XVIII	—	—	—	2880	—

§. 193. *Problema.* Altitudinem, cujus fundamentum accessibile est, metiri. *Fig.* 23. Sit altitudo B A. Pone mensulam verticaliter in C. Collima ad A & B, ducque lineas. Metire distantiam A C, eamque transfer in mensam ex C in a. Ibidem ex a duc perpendicularem versus b. Linea b a exhibebit tibi in scala altitudinem A B.

§. 194. *Problema.* Altitudinem inaccessam metiri. *Fig.* 23. Sit B A linea verticalis montis, à vertice ad imum intimumque ejus fundum pertingens. nec possit accedi ad radicem montis, nisi usque in D. Pone ergo mensam in 1, collima in B, & 1, 2. Metire lineam 1 usque 2, & transfer in mensam. Mensam ipsam pone pro secunda statione in 2, collima ad 1 & B. Lineæ visoriæ se secabunt in 3. Ex 3 demitte perpendicularem ad 1, distantia 1 - 3 in scala ostendet distantiam A B, seu altitudinem montis.

De Quadratis.

§. 195. *Definitio.* QUADRATUM seu QUADRANGULUM habet quatuor latera æqualia, & quatuor angulos æquales, qui singuli sunt recti, seu 90. ut *Fig.* 24. num. 1.

§. 196. *Definitio.* Linea ab angulo ad angulum oppositum ducta vocatur *diagonalis.*

§. 197.

§. 197. *Regula.* Diagonalis dividit quadratum in duo triangula rectangula inter se æqualia.

§. 198. *Definitio.* Parallelogrammum omnia latera parallela habet, sed non æqualia. n. 2. & angulos rectos.

§. 198. *Definitio.* Rhombus (Rauthe) est parallelogrammum obliquangulum: latera æqualia habet & parallela, sed angulos inæquales. n. 3.

§. 199. *Definitio.* Rhomboides (geschobnes Viereck, ein Weck) latera parallela habet, sed inæqualia: angulos quoque inæquales. n. 4.

§. 200. *Definitio.* Trapezium duo latera parallela inæqualia. n. 5.

§. 201. *Definitio.* Trapezoides nulla latera parallela habet. n. 6.

§. 202. *Problema.* Quadratum ex centro construere. *Fig.* 25. num. 7. Duc perpendiculares in modum crucis. Ex centro transfer aut reseca æquales ab quatuor partibus lineas, earumque extremitates lineis aliis conjunge.

§. 203. *Problema.* Dato latere construere quadratum, sive ab extra. Erige ab extremo lateris perpendicularem. Pone circinum in altero extremo, & duc arcum ex angulo sursum. Pone pedem in extremo lineæ perpendicularis, & duc alium arcum ex angulo. Ubi duo arcus se scindunt, ibi est

est quartus quadrati angulus. Conjunge ergo lineis omnes angulos &c.

De Polygonis.

§. 204. *Definitio*. POLYGONUM vocatur omnis figura, quæ plura quàm 4 latera habet.

§. 205. *Regula*. Polygonum omne constat *Lateribus*, *Angulis*, & *Radiis*.

§. 206. *Definitio*. Angulus Polygoni, s. angulus figuralis, s. angulus ad peripheriam, s. ANGULUS EXTERNUS est ille, quem duo latera inter se faciunt.

§. 207. *Regula*. Quò plura latera habet aliqua figura, eò majores sunt anguli externi.

§. 208. *Regula*. Quot sunt latera, tot sunt anguli externi.

§. 209. *Definitio*. Angulus centralis sive ANGULUS INTERNUS est ille, quem duo radii inter se faciunt.

§. 210. *Regula*. Quò plura latera habet aliqua figura, eò minores sunt anguli interni.

§. 211. *Regula*. Tot sunt anguli interni, quot latera.

§. 212. *Definitio*. Angulus semipolygonus, semifiguralis est ille, quem latus & radius inter se faciunt.

§. 213.

§. 212. *Definitio.* Radius est linea à centro figuræ ad angulum externum ducta.

§. 213. *Regula.* Tot sunt radii, quot *latera.*

§. 214. *Regula.* Omnes anguli interni simul sumpti habent 360. quia explent totum circulum.

§. 215. *Regula.* Omnes radii externi simul sumpti habent numerum graduum pro quovis polygono distinctum. vide Tabellam suprà §. 192.

§. 217. *Problema.* Invenire, quot gradus habeat angulus internus, e. g. in pentagono (Fünffeck) Per numerum angulorum (hic 5) divide summam omnium angulorum, nempe 360. productum seu Quotiens indicat numerum graduum, angulo interno pentagoni convenientem. Sic

	1	
Omnes anguli	3 6 0	fac. 72 gr.
numerus laterum	5 5	pro pentagono.

* Sic etiam operare in Hexagono &c.

§. 217. *Regula.* Angulus internus & duo semifigurales semper simul habent 180, quia constituunt triangulum, ùt *Fig.* 25. vides. * Sive angulus internus & externus totus simul constituunt 180, quia externus unus valet duos semifigurales.

§. 218.

§. 218. *Problema.* Invenire quot gradus habeat angulus externus v. g. in Pentagono? Subtrahe angulum internum ab 180. Residuum est angulus externus. Sic

Summa graduum interni & externi	- -	180
Internus solus	- -	72 *in pentagon.*
Residuum	- -	108 grad. pro externo pentagoni.

* Sic etiam operare in Sexangulo &c.

Vel: Inveni prius angulum internum. Ab hoc numera usque 180. quot numeraveris, tot gradus habet angulus externus. e. g. In Hexagono internus habet 60 à 60 usque ad 180 sunt 120. Ergo angulus externus hexagoni habet 120.

§. 219. *Scholion.* Compendii causâ ecce tabulam, quæ pro quovis polygono exhibet angulos in- & externos.

Latera	Angulus intern.	Angulus extern.
III	120	60
IV	90	90
V	72	108
VI	60	120
VII	$51\frac{3}{7}$	$128\frac{4}{7}$
VIII	45	135
IX	40	140
X	36	144
XI	$32\frac{8}{11}$	$147\frac{3}{11}$
XII	30	150
XIII	$27\frac{9}{13}$	$152\frac{4}{13}$
XIV	$25\frac{10}{14}$	$154\frac{2}{7}$
XV	24	156
XVI	$22\frac{1}{2}$	$157\frac{1}{2}$
XVII	$21\frac{3}{17}$	$158\frac{14}{17}$
XVIII	20	160

§. 220. *Problema.* Dato circulo deſcribere polygonum regulare, v. g. pentagonum. Peripheriam divide in quinque partes, & puncta conjunge lineis.

§. 221. *Problema.* Dato centro & longitudine radii deſcribere pentagonum ab intus. *Fig.* 25. Applica transportatorem ad centrum & radium. Ab radio numera 27 gradus (tot nempe conveniunt angulo interno pentagoni). Per gradum 27 duc ex centro alterum radium, & ſic deinceps tertium. Radiorum extrema conjunge lineis.

In

* In campo id facies semicirculo majore, vel polygono in mensula prius delineato.

§. 222. *Problema.* Dato latere, sed non centro describere Pentagonum, seu ab extus. *Fig.* 25. Sit latus AB. Applica quadrantem ad B, & latus BA. Ab latere B A numera gradus 108 (tot conveniunt angulo externo pentagoni) Per gradum 108 duc alterum latus B C, ejusdem cum primo longitudinis. Sic perge in C, D. &c.

§. 223. *Problema.* Datis duobus lateribus invenire centrum. Utrumque latus dimidia: ex divisionis punctis duc perpendiculares: ubi hæ se intersecant, ibi est centrum figuræ. Ex eo describe circulum per angulos externos euntem: & in hunc circumfer latera.

§. 224. *Problema.* Ex dato uno latere qualecunque polygonum usque ad duodec. angulum aliter construere, centrumque invenire. *Fig.* 26. Sit datum latus A B, duc arcum B 6*, & arcum A 6*. Per sectionem ex C medio lateris erige perpendicularem CD. Arcum 6 * B divide in 6 partes æquales, a, b, c, d. Posito circino in 6* duc arcus 5*, a, 7*, & 4*, b, 8*, & c, 9*. & , d, 10*. & e, 11*B, 12*.

Jam 4* erit centrum quadranguli.

5* est centrum pentagoni. Ergo pede in 5* posito duc circulum per A B &c. In hunc circulum potes latus AB quinquies circumferre

cumferre, seu pentagonum construere, 6* est centrum Hexagoni. 7* est centrum Heptagoni. &c.

*Si quodlibet polygonum seorsim construere vis, semper seorsim latus A B ducendum est, seorsim perpendicularis erigenda, arcus dividendus &c.

De Æqualitate, Similitudine, Proportione.

* Quoniam de linearum, figurarum & corporum vel imminutione, vel amplificatione, vel partium inter se ratione dicendum deinceps est: de *Proportione* prius aliqua proferenda sunt. Pauca ea: nam plura ex perfectioribus Geometrarum libris ediscet, qui harum rerum cupidine tenetur.

§. 225. *Definitio.* ÆQUALIA (gleich) sunt, quæ se invicem tegunt.

Vel: Quorum unum potest in locum alterius poni sine mutatione magnitudinis.

Vel: Quorum partes sunt æquales.

E. gr. Una libra plumbi est æqualis & non æqualis uni libræ plumarum.

§. 226. *Definitio.* SIMILIA (ähnlich) sunt, quæ habent eundem ordinem ac dispositionem partium. Ita figura ædificii in charta descripti est similis ædificio ipsi.

Vel: Æqualia sunt, quæ in iis conveniunt, per quæ aliàs distingui solent.

§. 227. *Definitio.* PROPORTIO, vel *Analogia* eſt *Ratio*, ſeu comparatio unius magnitudinis ad aliam.

§. 228. *Definitio.* Proportio ARITHMETICA eſt, quando ad aliquem numerum vel magnitudinem ſemper eædem ſeu æquales partes adduntur, vel detrahuntur. ut 3-5-7-9-11 &c. Hic ut numerus 3 creſcat proportione Arithmetica, ſemper adduntur 2.

Vel: Ut ſe habent 3 ad 5, ita ſe habent 5 ad 7, & 7 ad 9, id eſt, ſemper uno *binario* creſcunt.

§. 229. *Definitio.* Proportio GEOMETRICA eſt, quando ad aliquem numerum vel magnitudinem non ſemper adduntur eædem partes, ſed duplices, triplices, quadruplices &c. Ut 2-4-8-16-32-64 &c. Hic ut ex 2 fiant 4, adduntur 2. Ut ex 4 fiant 8, non iterum adduntur 2, ſed 4. Ut ex 8 fiant 16, non iterum adduntur 2, aut 4, ſed 8.

Vel ſicut 4 in 8 continentur *bis* (2) ita 8 in 16 continentur *bis* (2) & 16 in 32 continentur *bis* (2). Atque iſtud *bis*, ſeu (2) toties dicitur numerus *exponens.*

Proportio linearum.

§. 230. *Regula.* Scala Geometrica præbet proportionem Geometricam quarumvis linearum.

nearum. Nam quoties particulæ minimæ continentur in una linea scalæ, toties partes majores continentur v. g. in campo.

§. 231. *Problema.* Datis duabus lineis tertiam proportionalem Geometricam invenire *Geometricè. Fig.* 27. Sit linea A B partium 3, & linea B C partium 6, ita ut linea A B bis contineatur in linea B C. Duc ergo lineam A B C. Duc aliam A D E, quæ cum priore faciat angulum non nimis acutum. Longitudinem B C transfer ex A in D, & duc transversam B D. Duc etiam C E parallelam cum B D. Tunc linea D E erit tertia proportionalis ad duas datas. Sicut enim A B *bis* continetur in B C, sic B C *bis* continetur in D E.

§. 232. *Problema.* Idem Arithmeticè. A B est partium 3, B C partium 6, quot partium erit D E?

AB		partes		BC
3	—	6	—	6
		6		
		36		
		36 facit 12		
		33		

id est, linea D E tertia proportionalis debet esse partium 12.

§. 233. *Problema.* Ad datas tres proportionales invenire quartam proportionalem

 geome-

geometricam. e. g. ut linea F G bis continetur in G H, ita linea F I bis contineatur in I K. Duc lineam F G & G H. Fac angulum qualemcunque ex F in K. Lineam tertiam pone ex F in I. Duc transversam G I, & huic parallelam ex H in K. Tunc I K erit quarta proportionalis.

§. 234. *Problema.* Idem *Arithmeticè.* F G partium 3 habet proportionalem G H part. 6. qualem proportionalem habet F I part. 4?

F G		part.		F I
3	—	6	—	4
		4		
		2 4 fac. 8		
		3		

id est, quarta proportionalis habet partes 8.

§. 235. *Problema.* Inter duas lineas invenire mediam proportionalem. *Fig. 28.* Fac A B part. 4. B C part. 9. A C divide bifariam in D. Ex D fac circulum per A C. Ex B erige perpendicularem in E. Hæc erit media proportionalis, nempe A B partium 4. B E part. 6. B C part. 9. nempe uti se habet 4 ad 6, ita se habet 6 ad 9.

Vel: uti ad 4. additur sua medietas, ut fiat 6, ita ad 6 additur sua medietas, ut fiat 9.

§. 236. *Problema.* Idem arithmeticè. Utramque datam lineam multiplica inter se. Ex

Ex producto extrahe radicem quadratam, hæc indicabit mediam proportionalem geometricam.

§. 237. *Problema.* Lineam in totidem proportionales partes dividere, in quot divisa est alia. *Fig. 28.* Sit linea divisa F G, ita ut vides. Fac ex ea triangulum æquilaterum F G H. (vide §. 186. fin.) Lineæ dividendæ longitudinem pone ex H in I, & in K. Duc lineam I K. Per puncta divisionis lineæ F G duc lineas usque ad I K, quæ lineæ illam ita divident, ut est divisa F G.

* Hujus multus potest esse usus, in fortificatione, amplificatione figurarum &c.

Proportio Circuli.

§. 238. *Definitio.* Quadratura circuli est inventio lineæ rectæ, quæ sit æqualis peripheriæ. Id quod videtur impossibile; quia linea recta nunquam fit similis circulo, multo minus accuratè æqualis.

Vel: Quadratura est proportio diametri ad peripheriam.

§. 239. *Regula.* Diametri proportio ad peripheriam est circiter ut 100 ad 314. Sive si diameter est longa pedes 100, peripheria erit pedum 314.

Vicissim peripheria ad diametrum est ut 314 ad 100.

§. 240. *Problema.* Data diametro v. gr. 1000 pedum invenire peripheriam, arithmeticè. Hic ad tres proportionales 100, 314, & 1000 debes invenire quartam §. 234.

Diam.		*Periph.*		*Diam.*
100	—	314	—	1000
		1000		
		314000(00 fac. 3140.		

§. 241. *Problema.* Datâ Peripheriâ, v. g. 700 pedum, invenire diametrum. Operare contrario modo.

Periph.	*Diam.*	*Periph.*
314	100	700
	700	

3
1 0(2
7 0(9
1 8 2 2(2
7 0 0 0 0 fac. 222 $\frac{292|146}{314|157}$
3 1 4 4 4
3 1 1
3

id est, diameter erit 222$\frac{146}{157}$ ped.

§. 242. *Regula.* Peripheria ad radium est ut 314 ad 50. Et radius ad peripheriam, ut 50 ad 314.

§. 243.

§. 243. *Problema.* Vis facere circulum 400 pedum ambitu. Quæris quantæ longitudinis radium debeas assumere: vel quantum centrum distet à peripheria? Sic operare.

Periph.	*Rad.*	*Periph.*
314	50	400

```
          50
         400
       -----
       20000

   (2(1
  1 1 3
  2 4 6(8
 2 0 0 0 0   fac. 63  218|109
  3 1 4 4             -------
    3 1               314|157
```

§. 244. *Definitio.* Numerus quadratus est, qui oritur ex aliquo numero secum ipso multiplicato; ut si 100 per se ipsum multiplices, oritur numerus quadratus 10000.

§. 245. *Definitio.* Radix quadrata est ille numerus, ex quo in seipsum ducto ortus est numerus quadratus. ut ad 10000 radix quadrata est 100.

§. 246. *Regula.* Area seu tota superficies circuli est ad quadratum diametri, ut 785 ad 1000.

§. 247. *Problema.* Data diametro v. g. 300 ped. invenire quantitatem areæ circuli. Hìc quadratum diametri est 90000. Ergo sic operare.

Quad. Diam.	*Area.*	*Quad. Diam.*
1000 —	785 —	90000

90000

70650|000

id est, area continet 70650 pedes quadratos.

§. 248. *Problema.* Data peripheriâ invenire aream circuli. Primò quære ex peripheria diametrum §. 241. Per quartam diametri partem multiplica peripheriam. Productum est area circuli. e. g. Peripheria 314, Diameter 100, cujus quarta pars 25.

315
25
1575
630
Area 7875

§. 249. *Regula.* Circulùs, cujus radius aut diameter est duplò major quàm alterius, habet etiam peripheriam & aream duplò majorem.

§. 250. *Regula.* Area circuli est æqualis triangulo rectangulo, cujus basis habet longitudinem peripheriæ, cathetus verò longitudinem radii. v. g. basis 314. cathetus 50.

§. 251. *Problema.* Datâ dimidiâ chordâ seu dimidio latere polygoni invenire diametrum circuli, & centrum figuræ, arithmeticè. Ex. gr. *Fig. 26.* semilatus EH est 58 partium,

tium, altitudo HG est 15. partium, quot partium est tota diameter?

```
HG      EH
15 — 58 — 58
       58
   ------
      464
     290
   ------
     3364
  1 0 2
  3 3 6(4   fac. 224 4/15
  1 5 5 5
    1 1
```

Tota ergo diameter est $224\frac{4}{15}$ partium, seu perticarum, seu pedum &c. Centrum autem fixum est in medio diametri: ergo centrum à vertice arcûs G distat $112\frac{2}{15}$.

* Hoc servit ad §. 138.

§. 252. *Problema.* Datâ diametro, vel semidiametro, & dimidia chordâ, determinare altitudinem arcûs, seu elevationem ejus supra ipsam chordam. Sit diameter 224 pedum, dimidia chorda vel latus dimidium 58 pedum.

```
224 — 58 — 58
       58
   ------
      464
     290
   ------
     3364
      D 5        1 1 2
```

1 1 2
3 3 6(4 fac. 15 4/224 | 1/56
2 2 4 4
2 2

Ergo altitudo arcus erit $15\frac{1}{56}$ pedum.

* Hoc servit ad §. 138. e. g. vis modo ibi præscripto ducere arcum prægrandis circuli v. g. 200 pedum vel 80 digitorum: quot digitis elevandum est punctum H, tanquam vertex arcûs supra chordam?

2000 — 80 — 80
80
6400

6(4 | 00 facit $3\frac{4}{20}$ | $\frac{1}{5}$
2 0 | 00

Id est elevari punctum H debet digitis tribus, & una quinta digiti parte, seu lineis 2.

§. 253. *Problema.* Aream circuli v. gr. 90000. pedum, mutare in quadrangulum ejusdem capacitatis. Ad 90000 & 785 invenito tertium proportionalem. Ex eo extrahe radicem quadratam, ut docet arithmetica, aut passim tabulæ exhibent. Illa radix dat unum latus talis quadrati: quod idem latus est etiam diameter dati circuli.

Proportio Trianguli.

§. 254. *Regula.* Area trianguli rectangu-li est productum ex Catheto, & dimidia basi, vel ex basi & dimidio catheto. ex. gr.

Cath

Cathetus	300
dim. bas.	300
Area trianguli	90000

Vel totam basin cum toto catheto multiplica: productum dimidia.

§. 255. *Problema.* Invenire aream trianguli obliquanguli. Ex vertice anguli ad basin demitte perpendicularem: hanc dimidiam multiplica cum tota basi. Vel utramque totam multiplica, & productum dimidia. ex. gr.

Perpendic.	200
Basis	400
Product.	80000
(2	
Area	40000

§. 256. *Regula.* Triangulum rectangulum est dimidium quadratum vel parallelogrammum. Ejus Hypothenusa est linea diagonalis talis quadrati. Hinc dimidius tantum cathetus multiplicatur: nam si totus cum tota basi multiplicaretur, productum esset quadratum totum. Fig. 29. DFG.

§. 257. *Regula Pythagorica.* In triangulo rectangulo. Quadratum, quod exsurgit ex latere maximo AB (Fig. 29.) æquale est duobus quadratis simul sumptis, quæ consurgunt ex reliquis duobus lateribus AC, & CB.

§. 258.

§. 268. *Problema.* Aream Rhomboidis invenire. *Fig.* 29. QRST. Ex Q demitte perpendicularem in V. Per hanc multiplica latus contiguum QR, productum est area.

Polygonorum proportio.

§. 269. *Problema.* Cujuscunque polygoni aream invenire. e. g. Pentagoni *Fig.* 30. Duc perpendicularem CD. Per hanc multiplica latus AB. Productum multiplica per numerum laterum figuræ. Hoc productum dimidia, & habes aream. Sic

Latus AB	80
Perpend. CD	50
	4000
Num. Lat.	5
	20000
(2	
Area	10000

§. 270. *Problema.* Polygoni irregularis aream invenire. *Fig.* 30. Sit ex campo in chartam descripta figura regionis EFGHI. Quæritur quantum agri ea complectatur in perticis & pedibus?

(1 Duc imprimis aliquam diagonalem maximam, e. g. EI.

(2 Ad hanc, vel etiam ad latus, demitte ex angulis figuræ F, H &c. perpendiculares: Ita tota figura divisa erit in triangula & quadrangula omnia rectangula.

(3 Sin-

(3 Singulorum eorum aream invenito ex §. 255. & 260.

(4 Omnes areas in unam summam colligito.

* *Primum* triang. EIF.

FK 159
EI 360

9540
477

Summa 57240 △ EIF.

* *Secundum* triang. EIH.

EI 360
HL 110

3600
360

Sum̃a 39600 △ EIH

* *Tertium* triang. EHG.

EH 239
GM 103

717
239

Sum̃a 24617 △ EHG

* △ EIF 57240
EIH 39600
EHG 24617

Summa 121457
(2

60728½ Area totius Fig.

§. 271. *Problema.* Aream irregularem mutare in circulum ejusdem capacitatis. Sit area 60728½ perticarum dimidiarum, ut Problema 267. Fac juxta §. 246.*

Area Circ. Quadr. Diam. Area Circ.
785 — 1000 — 121457
1000
121457000

1
2 (2
3 5 7 1 4
7 9 6 3 8
4 2 7 8 7 9(3
5 3 9 0 1 5 4
1 2 1 4 5 7 0 0(o f. $154722\frac{230}{785}$ | $\frac{46}{157}$
7 8 5 5 5 5 5 5
7 8 8 8 8 8
7 7 7 7

* Ergo $154722\frac{46}{157}$ perticæ dimidiæ sunt quadratum diametri talis circuli. Ex quadrato extrahe radicem quadratam: hæc est ipsa diameter. Diametri dimidium est radix, quo describendus est circulus datæ areæ irregulari æqualis.

§. 272. *Problema.* Datam aream mutare in quadratum. Extrahe radicem quadratam: hæc est latus quadrati petiti.

§. 273. *Problema.* Datam aream mutare in triangulum rectangulum. Extrahe radicem: hæc bis sumpta est longitudo & baseos & catheti, quos conjunge sua hypothenusa, & habes triangulum petitum.

De amplificatione & deminutione figurarum.

§. 274. *Problema.* Amplificare figuram regularem ex centro. Fig. 31. sit pentagonum. Ex ejus centro duc radios per omnes angulos polygoni. Quos si omnes æquales feceris, & lineis conjunxeris, lineæ illæ erunt latera polygoni majoris: quod simile est minori, quorum quia omnia latera sunt parallela, ea sunt similia.

§. 275. *Problema.* Idem in campo facere, seu polygonum in charta descriptum transferre in campum. Sta in centro. Collima per omnes angulos figuræ, facque funibus aut baculis duci radios tot perticarum, quot particulas scalæ habent radii in charta descripti &c.

§. 276. *Problema.* Idem facere ab extus: seu à latere incipiendo. Sit *Fig.* 31. Pentagonum ABCDE. Prolonga duo latera EB in G, & ED in F æqualiter. Ex F & G duc lineas parallelas lateri CD, & GH, ejusdem longitudinis cum EG. Extrema H & I conjunge lineâ, quæ pentagonum claudet.

§. 277. *Problema.* Deminutio contrario modo fit.

* Hoc universe attendendum est in amplificatione, deminutione, aut translatione figurarum, ut omnes partes unius sint similes, aut proportionaliter æquales partibus alterius. Partes autem omnium figurarum sunt *puncta*, *lineæ*, & *anguli*.

§. 278. *Problema* Idem aliter facere. *Fig.* 31. Sit Pentagonum 1, 2, 3, 4, 5. Assume punctum in 6, ad 6 duc lineas ex omnibus angulis polygoni. Si vis polygonum dimidio minus, divide omnes modò ductas lineas bifariam. Puncta divisionum conjunge lineis, quæ formabunt figuram petitam.

* Si vis triplo minorem, in tres partes dividendæ sunt lineæ.

* Si vis ex parvo majus facere, lineæ ex 6 per omnes angulos ductæ sunt triplicandæ aut duplicandæ &c.

§. 279. *Problema.* Idem aliter. *Fig.* 32. sit figura 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Assume angulum 7, ex quo duc radios per omnes alios angulos. Si vis figuram duplicatam, omnes radios duplica, & inde lineis conjunge. * Ut triplices figuram, triplica etiam radios.

* Contrario modo operare in deminutione.

§. 280.

§. 280. *Problema.* Idem aliter per rete. *Fig.32.* Sit figura A B C D. Super eam describe rete in partes æquales divisum. In campo dein vel majore charta describe rete majus in totidem partes divisum. Singulæ fenestellæ sint numeris notatæ. In campo cujuslibet numeri fenestellæ tribue illam partem figuræ, quam vides in charta eodem numero contineri.

*Potes rete etiam in alias quàm quadratas fenestellas dividere, v. g. ex centro divergentibus lineis, ductis ex eodem circulis &c. Quod postremum astronomi faciunt in eclipsium observationibus.

*Alius modus est, quem exhibet figura 28. ad §. 237.

De Corporibus, & eorum proportione: sive de Stereometria.

§. 281. *Definitio.* CORPUS est, quod mensurabile est in *longum* & *latum* & *profundum*, seu altum.

§. 282. *Regula.* Corpus nascitur ex profluxu superficiei: vel quando plures superficies sibi invicem imponuntur. Sic cum plures chartas superimpono, fit liber aut scapus.

§. 283. *Corollarium.* Ergo qui vult metiri & examinare corpus, debet illud dividere in superficies, lineas &c. E 2 §. 284.

§. 284. *Definitio.* Corpus regulare est, quod meris figuris regularibus, & quidem ejusdem generis, inclusum est.

§. 285. *Regula.* Non possunt dari, nisi quinque genera corporum regularium. Et sunt hæc: Tetraëdrum, ein dreyeckige Pyramide. Hexaëdrum, ein cubus oder Würfel. Octaëdrum, Icosaëdrum, Dodecaëdrum.

§. 286. *Definitio.* CUBUS est quadratum secundum omnes tres mensuras. ut fig. 91 A. Habet 6 areas & 12 latera.

§. 287. *Problema.* Superficiem totam cubi invenire. Latus unum per se ipsum multiplica, & habes superficiem unius faciei seu areæ. Productum multiplica per 6, & habes superficiem totam seu omnes 6 areas.

§. 288. *Problema.* Soliditatem, quantitatem, corporeitatem, seu cubicitatem cubi invenire. Latus unum multiplica per seipsum. Productum iterum multiplica per latus. ex. gr.

Latus 1 0 - pedes cubici.
1 0
1 0 0
Latus - - 1 0
Cubus 1 0 0 0 pedes cubici.

§. 289. *Definitio.* PRISMA consistit ex tribus quatuor aut pluribus faciebus parallelogrammis, & duabus aliis, ut *Fig.* 33. 2, 4. 3, 5.

4. 3, 5. est una facies parallelogramma. (1, 2, 3 est alia facies non parallelogramma. Sic etiam 7, 11, 8, 12 est una facies parallelogramma, 8, 12, 9, 13 est altera facies seu area &c.

§. 290. *Problema.* Invenire soliditatem seu cubicitatem prismatis. ex. gr. quot lapides quadrati sint necessarii ad construendum murum 6, 7, 11, 12 &c. Fig. 33.

(1 Quære basin parallelogrammam, cui insistit §. 260.

(2 Hanc multiplica per altitudinem, seu lineam verticalem 7, X. Productum est soliditas prismatis. Exemplum

Area	6 5 0	- lapides quadri.
Altitudo	3 0 0	
Soliditas	1 3 5 0 0 0	

* id est, 135000 lapides quadrati requiruntur ad constituendum murum.

§. 291. *Problema.* Invenire superficiem totam prismatis. e. g. Propugnaculum totum esset vestiendum lapidibus quadratis: quot lapides sunt necessarii? Quære omnia latera seu areas prismatis per §. 260, vel 255, vel 270. Summam omnium adde, & habes petitum. Quòd si de propugnaculo vestiendo sermo est *basin* non addes, neque *supremam aream*, quia hæ non solent vestiri &c.

§. 292. *Scholion.* Hoc modo plurima resolves problemata. v. g. Quot saccis opus sit ad replendam fossam; quia fossa est cavum, quod est mensura saccorum injiciendorum, tanquam corporis contenti. Quantum terræ, & quot hominibus effodiendum sit è fossa. Quantum globorum contineatur in strue seu acervo. Quantum terræ incumbat cuniculo. Quantum aquæ requiratur ad implendam fossam, lacum &c.

§. 293. *Definitio.* Pyramis est corpus habens tres aut plures angulos ad basin, totidem areas, & unum apicem.

§. 293. *Problema.* Altitudinem pyramidis invenire. Quære primò centrum baseos. Metire lineam ex centro usque ad dimidietatem alicujus lateris in basi. Eam lineam duc in charta, & ex centro erige perpendicularem. Metire lineam ab apice pyramidis usque ad dimidietatem lateris. Hanc in charta transfer ex linea baseos versus perpendicularem, quam etiam secabit. A puncto sectionis ad centrum est altitudo petita.

§. 294. *Problema.* Invenire soliditatem pyramidis. Quære aream baseos §. 260, 255, 270. Hanc multiplica per tertiam partem altitudinis.

§. 295. *Problema.* Invenire superficiem totam pyramidis. Quære areas singulas: eas collige in summam unam.

§. 296.

§. 296. *Definitio.* PARALLELEPIPEDUM est quod constat sex areis parallelogrammis quamquam inæqualibus, ut Fig. 9. B. C. E. F.

§. 297. *Problema.* Invenire soliditatem parallelepipedi. Quære aream baseos. Hanc multiplica per altitudinem.

§. 298. *Problema.* Invenire superficiem parallelepipedi. Quære areas singulas, §. 260. 255. easque in unam summam adde.

§. 299. *Definitio.* CONUS est pyramis rotunda, seu cujus basis est circulus. *Et hic est maximè, in quo secando examinandoque maximorum Mathematicorum exercentur ingenia: quod adeo ludus conorum, sed minimè ludicrus dici possit.

§. 300. *Problema.* Soliditatem coni invenire. Quære aream baseos §. 247. Hanc multiplica per tertiam partem altitudinis §. 293.

§. 301. *Problema.* Invenire superficiem totam coni. Peripheriam baseos multiplica per mediam altitudinem lateris (i. e. à vertice ad peripheriam baseos ductæ lineæ) Adde etiam ipsam aream baseos ad priorem summam.

§. 302. *Definitio.* CYLINDRUS est corpus rotundum, longum, habens duas bases plenas circulares.

§. 303. *Problema.* Soliditatem Cylindri invenire. Quære aream §. 247. Eam multiplica per altitudinem.

§. 304. *Problema.* Superficiem cylindri invenire. Peripheriam multiplica per altitudinem. Producto adde superficiem utriusque baseos.

§. 305. *Problema.* Soliditatem GLOBI invenire. Quære diametrum (306). Eam multiplica per seipsam. Productum iterum multiplica per diametrum. Hoc productum multiplica per 157. Ultimum productum divide per 300. Quotiens est petita soliditas.

Vel: Quære diametrum. Deinde peripheriam §. 240. Multiplica peripheriam cum diametro. Productum multiplica per sextam partem diametri, & habes petitum.

§. 306. *Problema.* Superficiem globi invenire. Multiplica peripheriam cum diametro.

§. 307. *Problema.* Cujuslibet corporis irregularis soliditatem invenire. Fac vas quadratum certæ tibique notæ mensuræ cubicæ. Huic impone corpus mensurandum. Infunde aquam, arenam &c. donec tegatur corpus, & vas impleatur. Extrahe corpus, & metire quantitatem cubicam aquæ vel arenæ restantis. Subtrahe eam à tota capacitate cubica vasis. Residuum est soliditas corporis immersi.

§. 308. *Scholion.* Si corpus moveri nequit, ut statua fixa; circa eam ædificanda est cista, & agendum ut supra.

De

De Retibus ſeu modulis.

§. 309. *Definitio.* Rete ſunt plures ſuperficies planæ ita deſcriptæ, ut ſi combinentur, corpus aliquod præſentent.

§. 310. *Problema.* Rete ad Hexaëdrum ſeu cubum fac, ut fig. 33. A.

§. 311. *Problema* Rete ad Tetraëdrum ſeu pyramidem triangularem. ibid. B.

§. 312. Ad Octaëdrum. ibid. C.

§. 313. Ad Dodecaëdrum. ibid. D. Fac Pentagonum internum. Ex centro per dimidium latus 1 duc lineam ad 2, fac 1, 2 æqualem 1, 5. Per 2 deſcribe alium circulum, & fac majus pentagonum. Ex hujus lateribus abſcinde hinc inde latera minorum pentagoniorum, ut 2, 3. 2, 4. &c. Hæc conjunge cum angulis interni pentagoni, & habebis ſex pentagona: hoc eſt dimidium rete: ergo adhuc aliud tale adde, & erit rete dodecaëdri habens 12 facies.

§. 314. Ad Icoſaëdrum fig. 34. E.

§. 315. Ad Priſma F, aliud G.

§. 316. Ad pyramidem quadrilateram H.

Quod minus addendo eſt, detrahe; majus erit,

J. O. G. D.

MAN-

MANTISSA

Aliquot Principiorum Mathematicorum,

ad dirigendum intellectum.

1. *Thema.* Unum eſt, quod ita eſt aliquid, ut aliud eſſe nequeat.

2. *Thema.* Totum ſunt partes omnes & earum ordo.

3. *Corollarium.* Partes ſimul ſumptæ ſine ſuo ordine non ſunt totum. Bis tria non ſunt ſex.

4. *Corollarium.* Ergo qui cognoſcit, ponit, tollit omnes partes, & earum ordinem cognoſcit, ponit, tollit totum. Secus non &c.

5. *Corollarium.* Ergo unica regia via ad cognoſcendum & faciendum eſt, partes omnes & earum rationem examinare.

6. *Corollarium.* Ergo cum cauſa alicujus rei latet, plerumque non ſunt cognitæ omnes ejus partes, aut earum ordo.

7. *Corollarium.* Ergo cum ſenſus aut intellectus falluntur, plerumque hinc eſt, quod ad omnes partes ſe non extenderint, vel ad earum omnium ordinem.

8. Co-

8. *Coroll.* Ergo qui rem vult reddere facilem, debet ad paucas partes redigere, & ordinem apertum reddere.

9. *Coroll.* Ergo quod potest fieri paucis, non debet fieri multis.

10. *Thema.* Discere est imitari.

11. *Thema.* Imitari est similia ponere.

12. Similia sunt, quorum ordo partium mutuò congruit.

13. *Thema.* Ordo est ratio prioris & posterioris.

14. *Thema.* Idem non potest simul habere eandem rationem prioris & posterioris.

15. *Coroll.* Ergo partes totius non possunt semper simul sumi: ergo debent aliquando sumi, vel sumi posse seorsim.

16. *Coroll.* Ergo quod non potest cognosci, aut fieri simul totum, bene cognoscitur aut fit per singulas partes.

17. *Coroll.* Ergo principium alterum & via cognoscendi aut faciendi est divisio, seu seorsim sumptio. Et qui bene distinguit, bene docet, & bene discit.

18. *Thema.* Quæcunque sunt similia uni tertio, sunt similia inter se.

19. Quæ-

19. Quæcunque sunt dissimilia uni tertio, possunt esse similia inter se.

20. *Coroll.* Ergo qui cognoscit unum similium, cognoscit etiam alterum quoad similitudinem.

21. *Coroll.* Ergo similitudo, seu ratio partium, seu earum collatio & comparatio est tertium principium intelligendi & faciendi.

22. *Thema.* Æqualia sunt, quorum unum potest substitui in locum alterius sine magnitudinis mutatione.

23. *Thema.* Inæqualia sunt, si pars unius potest substitui alteri toti.

24. *Thema.* Par est, quod in duas partes æquales dividi potest.

25. *Thema.* Impar est, quod in duas partes æquales dividi non potest.

26. *Thema.* Par additum pari facit par.

27. *Thema.* Par additum impari facit impar.

28. *Thema.* Impar additum impari facit par.

29. *Thema.* Majus est, cujus pars alteri toti æqualis est.

30. *Thema.* Minus est, quod parti alterius æquale.

31. *Thema.* Quæ sunt æqualia uni tertio, sunt æqualia inter se.

32. *Thema.* Quæ ſunt inæqualia uni tertio, poſſunt eſſe æqualia inter ſe.

33. *Thema.* Quod uno æqualium majus vel minus eſt, eſt etiam majus vel minus altero.

34. *Coroll.* Ergo qui cognoſcit unum æqualium quoad æqualitatem, cognoſcit etiam alterum quoad illam.

35. *Coroll.* Ergo ſive v. g. lineam ipſam dividam, ſive aliam æqualem & diviſam applicem, cognoſco eam diviſam vel ejus partes.

36. *Coroll.* Hinc utimur inſtrumentis ad examinandas res ſenſibiles.

37. Ergo quod in ſe difficile cognoſcitur, facilius cognoſcitur, ſi ejus partes omnes cum partibus alterius æqualis aut inæqualis conferantur.

38. *Coroll.* Ergo rurſus æqualitas eſt principium intelligendi, vel veritates occultas inveniendi.

39. *Thema*. Idem eſt æquale ſibi ipſi.

40. *Thema.* Idem eſt menſura ſui ipſius.

41. *Thema* Quod eſt idem ſemper, eſt omnium menſura.

42. *Thema.* Quod debet eſſe menſura omnium, ſemper debet eſſe idem.

4. *Coroll.* Ergo quæ non applicantur eidem mensuræ, non possunt cognosci æqualia.

44. *Coroll.* Ergo qui vult secure mensurare plura, debet singula ad eandem mensuram expendere.

45. *Coroll.* Ergo mensura est principium cognoscendi & judicandi de rebus.

46. *Thema.* Proportio seu analogia est numerus partium secundum relationem.

47. *Thema.* Relatio est prioris & posterioris, vel majoris & minoris.

48. *Thema.* Omnis relatio est mutua.

49. *Coroll.* Ergo quod est proportionatum uni relatorum, est etiam alteri.

50. *Coroll.* Ergo quorum nullæ sunt partes, nulla est proportio.

51. *Coroll.* Ergo proportio non mutatur, nisi mutato numero partium & relatione.

52. *Coroll.* Ergo sive hoc relatorum illi, sive illud huic applicem, cognoscitur proportio. e. g. sive lineam applicem ad instrumentum, sive instrumentum ad lineam par erit mensuratio aut divisio.

53. *Coroll.* Ergo manente numero partium secundum relationem, quamvis mutetur materia, manet proportio. e. g. sive instrumentum sit aureum sive ligneum, est proportionatum, si habet eundem numerum partium & relationem.

54. *Co-*

54. *Coroll.* Ergo proportio seu analogia est legitimum principium intelligendi.

55. *Thema.* Magnitudo est numerus partium.

56. *Coroll.* Ergo quod habet plures partes intrinsecas, intrinsece majus est.

57. *Coroll.* Ergo v. g. globus plumbeus unius digiti intrinsecè videtur esse major globo ligneo duorum pollicum.

58. *Coroll.* Ergo quod est gravius, quod est durius, videtur esse intrinsecè majus, quia gravitas & durities videntur consistere in numero partium.

59. *Coroll.* Quod est velocius intrinsecè, non videtur esse majus; quia velocitas videtur tantum consistere in relatione, aut in partibus tantum extrinsecis.

60. *Coroll.* Ergo magnitudo est principium intelligendi.

61. *Coroll.* Ergo Arithmetica & Geometria sunt principia sciendi, quia illa cognoscit numerum, hæc magnitudinem.

62. *Coroll.* Ergo Arithmetica & Geometria sunt una scientia; quia magnitudo idem est quod numerus.

63. *Thema.* Quando idem non est aptum, mutandum est.

64. *Thema.* Mutatio est vel partium vel relationis, vel utriusque simul.

65. *Thema.* Mutatio partium fit addendo aut detrahendo; mutatio relationis fit transponendo vel substituendo.

66. *Coroll.* Ergo cui res eadem non est apta ad intelligendum, apta forte erit mutata.

67. *Coroll.* Ergo detrahat unam partem, detrahat duas, tres &c. *Vel* addat unam, duas &c. *Vel* unam partem pro altera substituat, vel substituat omnes partes alias &c.

68. *Coroll.* Ergo mutatio, i. e. additio, detractio, & transpositio, seu substitutio est iterum principium intelligendi & veritates occultas inveniendi.

* Et horum quidem principiorum usum & applicationem Geometria, Mechanica, Statica, ac Physica passim subministrant: quique in eo est versatissimus, is mihi videtur esse scientissimus.

J. O. G. D.

